

תוכנית "שילוב תלמידי תיכון בטכניון" מסלול "מתיכון לטכניון" – בחינת קבלה

יום ב', 31.8.2026, 13:00–14:30

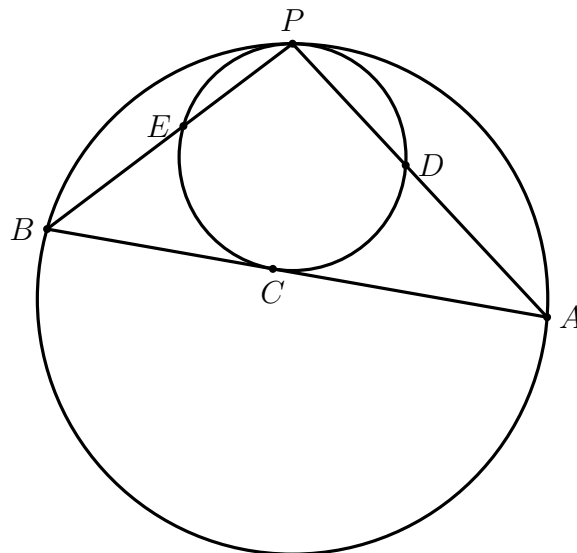
משך המבחן שעה וחצי, ויש לענות על כל ארבע השאלות. כל חומר עזר אסור בשימוש, **כולל מחשבוניס**. מותר לכם להשאיר תשובות סופיות בצורה שניתן להכניס למחשבון מדעי פשוט (למשל $\sqrt{7} + (\frac{2}{3})^3$) היא תשובה סופית מקובלת). אנא כתבו את תשובותיכם באופן ברור, קריא ומסודר.

בהצלחה!

1. (א) מהו הפולינום $P_1(x)$ שכאשר מחלקים אותו בפולינום $Q(x) = x^2 + x + 1$ מקבלים מנה $S_1(x) = x^2 + 1$ ושארית $R_1(x)$?

(ב) כעת נתון פולינום אחר $P_2(x) = x^3 + ax^2 + bx + 5$, כאשר a, b הם מקדמים לא ידועים כלשהם. ידוע שכאשר מחלקים את P_2 באותו פולינום $Q(x) = x^2 + x + 1$ מקבלים שארית $R_2(x) = 4x + 3$. מצאו את הקבועים a ו- b ואת מנת החלוקה $S_2(x)$.

2. נתונים שני מעגלים המשיקים זה לזה מבפנים בנקודה P . מעבירים במעגל הגדול מיתר AB שמשיק למעגל הקטן בנקודה C . הקטעים PA ו- PB חותכים את המעגל הקטן בנקודות D ו- E בהתאמה:



(א) הוכיחו כי הקטעים AB ו- DE מקבילים.

(ב) נתון כי $PD = 3$, $PE = 2$ ו- $AB = 15$. חשבו את אורך הקטע AC .

3. בכיתה יש 10 תלמידים. רוצים לבחור מתוכם ועדה שמכילה יושב ראש ושלושה חברי ועדה נוספים. יושב הראש אינו יכול להיות גם חבר ועדה רגיל, ואין חשיבות לסדר בין שלושת חברי הוועדה.

- (א) בכמה דרכים ניתן לעשות זאת אם אין מגבלות נוספות?
 (ב) אברהם ויצחק הם שניים מהתלמידים בכיתה. בכמה דרכים ניתן לבצע את הבחירה אם אסור שאברהם ויצחק ייבחרו שניהם לוועדה (ללא קשר לתפקידם)?

4. יהיו A, B, C שלוש נקודות במישור שאינן על ישר אחד, ותהי P נקודה נוספת כך ש-

$$\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} = 0$$

(א) הוכיחו כי P היא נקודת מפגש התיכונים של המשולש ΔABC .

(ב) הוכיחו את הזהות

$$|\vec{PA}|^2 + |\vec{PB}|^2 + |\vec{PC}|^2 = \frac{1}{3} \left(|\vec{AB}|^2 + |\vec{BC}|^2 + |\vec{AC}|^2 \right)$$

(ג) הוכיחו כי לכל נקודה Q במישור מתקיים

$$|\vec{QA}|^2 + |\vec{QB}|^2 + |\vec{QC}|^2 \geq |\vec{PA}|^2 + |\vec{PB}|^2 + |\vec{PC}|^2$$