

תוכנית "שילוב תלמידי תיכון בטכניון" מסלול "מתיכון לטכניון" – בחינת קבלה

יום א', 12.7.2026, 12:00–13:30

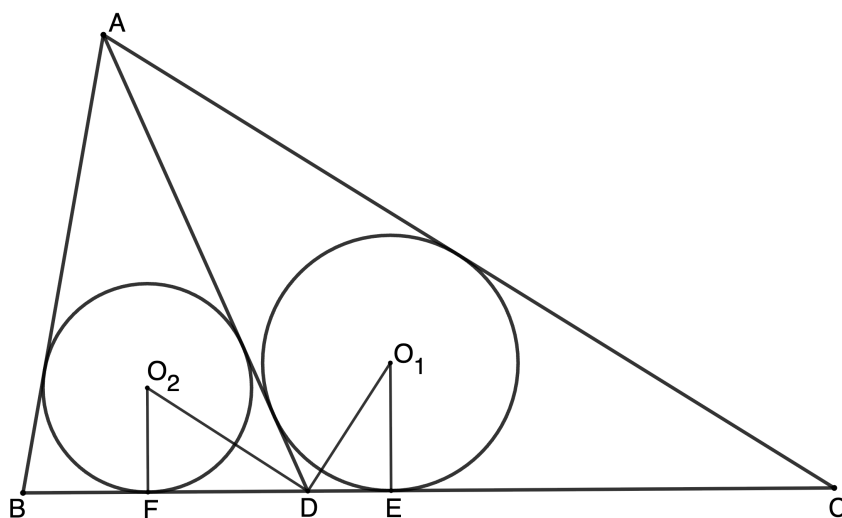
משך המבחן שעה וחצי, ויש לענות על כל ארבע השאלות. כל חומר עזר אסור בשימוש, **כולל מחשבוניס**. מותר לכם להשאיר תשובות סופיות בצורה שניתן להכניס למחשבון מדעי פשוט (למשל $\sqrt{7} + (\frac{2}{3})^3$ היא תשובה סופית מקובלת). אנא כתבו את תשובותיכם באופן ברור, קריא ומסודר.

בהצלחה!

1. (א) מהם כל ערכי x המקיימים את אי-השוויון $|x - 1| + |x + 2| \leq 5$?

(ב) מיצאו את כל הפתרונות הממשיים של המשוואה $\cos(2x) = \sin x$.

2. הקטע AD חוצה את הזווית $\angle BAC$ במשולש ABC . שני המעגלים שמרכזיהם ב- O_1 ו- O_2 חסומים במשולשים ADC ו- ADB בהתאמה. שני מעגלים אלו משיקים לישר BC בנקודות E ו- F (ראו ציור):



כמו כן נתון כי $|O_1E| = 3$, $|O_2F| = 2$ ו- $|EF| = 7$.

(א) הוכיחו כי $\angle O_1DO_2 = 90^\circ$.

(ב) חשבו את האורכים $|FD|$ ו- $|DE|$.

(ג) חשבו את האורך $|AD|$.

(פתרון שיקבל ציון מושלם ישתמש בגיאומטריה אוקלידית בלבד, ללא שימוש בטריגונומטריה)

3. כמה מילים (לא בהכרח חוקיות בשפה האנגלית) ניתן ליצור מסידור מחדש של האותיות במילה
TECHNION

(א) אם אין אף הגבלה נוספת על המילה?

(ב) אם אסור שבמילה שיצרנו יופיעו שתי אותיות N אחת ליד השנייה?

4. (א) יהי $a \geq -1$ מספר ממשי כלשהו (לא בהכרח שלם). הוכיחו כי לכל $n \geq 1$ טבעי מתקיים
 $(1+a)^n \geq 1+na$. ודאו שאתם מסבירים איך השתמשתם בעובדה ש- $a \geq -1$.

(ב) הוכיחו כי לכל $n \geq 6$ טבעי מתקיים $n! \leq \left(\frac{n}{2}\right)^n$.

נזכיר כי $n!$, או n עצרת, הוא מכפלת כל המספרים הטבעיים בין 1 ל- n . למשל
 $6! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 = 720$. בגלל שאין לכם מחשבון נזכיר גם כי $3^6 = 729$.