

תוכנית "שילוב תלמידי תיכון בטכניון" מסלול "מתיכון לטכניון" - בחינת קבלה

יום ג', 27.1.2026, 15:00-16:30

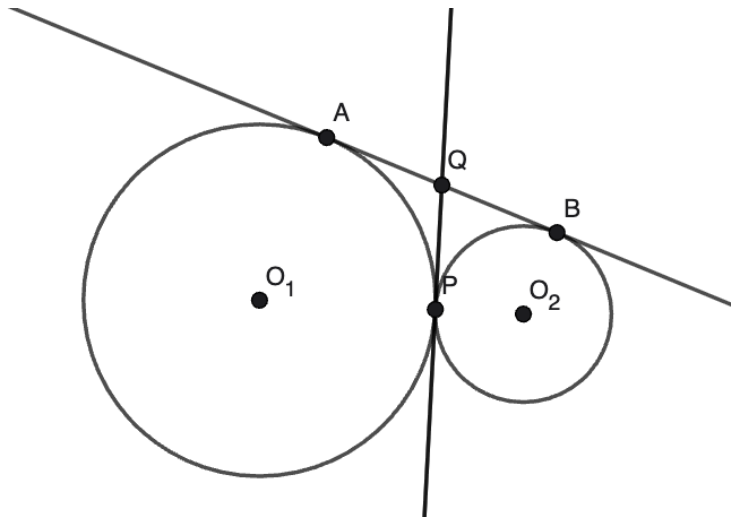
משך המבחן שעה וחצי, ויש לענות על כל ארבע השאלות. כל חומר עזר אסור בשימוש, **כולל מחשבוניס**. מותר לכם להשאיר תשובות סופיות בצורה שניתן להכניס למחשבון מדעי פשוט (למשל $\sqrt{7} + (\frac{2}{3})^3$) היא תשובה סופית מקובלת). אנא כתבו את תשובותיכם באופן ברור, קריא ומסודר.

בהצלחה!

1. (א) חלקו את הפולינום $P(x) = x^4 - 3x^3 + x^2 + 3x - 2$ בפולינום $Q(x) = (x - 1)^2$. מה היא המנה ומה השארית?

(ב) מיצאו את כל הפתרונות הממשיים למשוואה $81^x - 3^{3x+1} + 9^x + 3^{x+1} = 2$.

2. נתונים שני מעגלים משיקים: אחד שמרכזו בנקודה O_1 ורדיוסו R_1 , ואחד שמרכזו בנקודה O_2 ורדיוסו R_2 . נסמן ב- P את נקודת ההשקה של המעגלים ונעביר את הישר המשיק לשני המעגלים בנקודה P . נעביר ישר נוסף המשיק לשני המעגלים, ונסמן ב- A ו- B את נקודות ההשקה שלו עם המעגלים. לסיום, נסמן ב- Q את נקודת החיתוך של שני הישרים שהעברנו (ראו ציור):



(א) הוכיחו כי המשולש $\Delta O_1 Q O_2$ הוא משולש ישר זווית.

(ב) הביעו את אורך הקטע AB בעזרת הרדיוסים R_1 ו- R_2 .

3. מייצרים מהספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 שני מספרים x ו- y כך שכל ספרה מופיעה פעם אחת בדיוק או ב- x או ב- y (ולא בשניהם). לדוגמא, אפשר לקחת $x = 562389$ ו- $y = 417$. כדוגמא אחרת אפשר לקחת $x = 1$ ו- $y = 98765432$.

(א) בכמה דרכים ניתן לייצר את זוג המספרים x ו- y ?

(ב) בכמה דרכים אפשר לייצר את זוג המספרים x ו- y אם נדרוש ששניהם חייבים להיות זוגיים?

4. בכל אחד מהמקרים הבאים ציירו את קבוצת הנקודות (x, y) במישור המקיימות את האי-שוויונים הנתונים (כל קבוצה בציור נפרד). אם הקבוצה היא תחום עם גבול, רישמו את המשוואה של כל חלק מהגבול והסבירו אילו חלקים בגבול שייכים לקבוצה ואילו לא:

$$(א) |y - |x|| < 1$$

$$(ב) x^3 + xy^2 - x \geq 0$$

$$(ג) \min \{\log_2 y, \log_2(x - y)\} \leq 2$$